

Олимпиадная работа  
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащегося 9 класса

МБОУ " Средняя общеобразовательная школа №34"

Соколова Андрея Сергеевича

Педагог-наставник:

учитель математики  
МБОУ " Средняя общеобразовательная школа №34"

Прудских Анна Георгиевна

9.1. Пусть ответы "3" и "2" дали рыцари, тогда у них  $8 \cdot 3 + 8 \cdot 2 = 24 + 16 = 40$  монет, а ответы "0" и "1" дали лжецы, хотя они получили по 3 монеты каждый, тогда у них  $8 \cdot 3 + 8 \cdot 3 = 48$  монет. ~~При таком~~ В этой ситуации образуется максимальное кол-во монет, а именно 88. Если бы 8 лжецов сказали ~~или~~ "2", хотя получили 3, то кто-то бы из рыцарей ответил "0" или "1". В этой ситуации общее кол-во монет будет меньше. Значит рыцари должны ~~или~~ сказать истинные значения ("2" и "3"), а лжецы - лжт. значения ("0" и "1"), но получить по 3 монеты, тогда все условия удовлетворяется.

Ответ: 88 монет

9.3.  $(x^2 - ax + c)(x^2 - bx + c) = 0$ ;  $x^2 - ax + c = 0$  или  $x^2 - bx + c = 0$   
 $x_1 + x_2 = a$   $x_3 + x_4 = b$   
 $x_1 \cdot x_2 = c$   $x_3 \cdot x_4 = c$

Исходя из того, что все корни явл. натур. послев. степенями 3, и  $a > b$ , то:

$x_3 = 3^y$ ;  $x_4 = 3^{y+1} = 3 \cdot 3^y$ ;  $x_1 = 3^{y+2} = 3^y \cdot 3^2$ ;  $x_2 = 3^{y+3} = 3^y \cdot 3^3$   
 Тогда:

$a = x_1 + x_2 = 3^y \cdot 3^2 + 3^y \cdot 3^3 = 3^y \cdot 3^2 (1 + 3) = 3^y \cdot 3^2 \cdot 4$ ;  $b = x_3 + x_4 = 3^y + 3^y \cdot 3 = 3^y (1 + 3) = 3^y \cdot 4$   
 Подставим значения:

$3a - 4b = 3 \cdot 3^y \cdot 3^2 \cdot 4 - 4 \cdot 4 \cdot 3^y = 3^y \cdot 4 \cdot 3^2 - 4^2 \cdot 3^y = 3^y (27 \cdot 4 - 16 \cdot 1) = 3^y (108 - 16) = 3^y \cdot 92$   
 Т.к.  $y \neq 0$  исходя из условия, то делителями  $3a - 4b = 3^y \cdot 92$  будут являться простые числа такие как 1; 3; ~~2~~ 23.  $(\frac{3^y \cdot 92}{1} = 3^y \cdot 92$ ;  $\frac{3^y \cdot 92}{3} = 3^{y-1} \cdot 92$ )

Ответ: 1; 3; 23

9.2. Представим первое натур. число как  $xy$ , где  $x$  - десятки, а  $y$  - единицы, тогда вся цепочка будет иметь вид:

$xy$ ;  $x(y+1)$ ;  $x(y+2)$ ...  $x(y+9)$ ;  $(x+1)y$ ;  $(x+1)(y+1)$ ;  $(x+1)(y+2)$ ...  $(x+1)(y+9)$

Пусть  $x+y=a$ , тогда

$x+y=a$ ;  $x+y+1=a+1$ ;  $x+y+2=a+2$ ;  $x+y+3=a+3$ ;  $x+y+4=a+4$ ;  $x+y+5=a+5$ ;  $x+y+6=a+6$   
 $x+y+7=a+7$ ;  $x+y+8=a+8$ ;  $x+y+9=a+9$ ;  $x+1+y=a+10$ ;  $x+1+y+1=a+11$ ;  $x+1+y+2=a+12$   
 ~~$x+1+y+3=a+13$ ;  $x+1+y+4=a+14$ ;  $x+1+y+5=a+15$ ;  $x+1+y+6=a+16$ ;  $x+1+y+7=a+17$~~

Позимение:  $(x+1)+y=a+10$ , т.к.  $x$  - десятки, а  $y$  - единицы значит  $(x+1)+y = x+10+y = a+10$

Т.к. мы не знаем  $x$  и  $y$ , но знаем, что сумма чисел должна быть ~~и~~ последовательностью натур. чисел, которые ~~записаны~~ не могут быть записаны не по порядку, то можно сделать вывод, что ~~так~~ что 18 послед. натур. чисел таких, что сумма их цифр ~~равна~~ образует 18 послед. натур. чисел, которые не образуют ~~и~~ попарно, существуют.

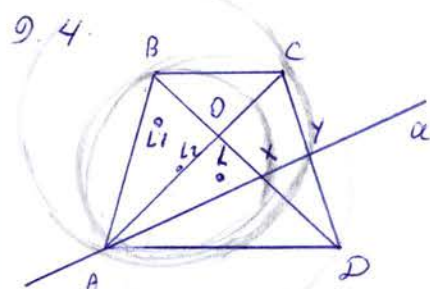
Ответ: существуют

№ п/п	кол-во баллов	ф.и.о. протекторного
1	7	Иванов О. М. Комаров
2	1	Иванов О. М. Комаров
3	0	Иванов О. М. Комаров
4	1	Иванов О. М. Комаров
5	6	Иванов О. М. Комаров
Итого		15

09-131

9.5. Т.к. каждое число от 11 до 20 повторяется в произведениях 4 раза, а числа 11, 13, 17, 19 являются простыми, то у нас не получится образовать последовательность натур. чисел от 11 до 20 в любом порядке расстановки произведений.

Ответ: нельзя



Док-во:  $\angle BAC = \angle BDC$  (т.к. оба опир. на  $\sqrt{BC}$ )  
 $\angle BOA = \angle COD$  (как верт.)

$\triangle BOA \sim \triangle COD$  по 2  $\angle$ ;  $\Rightarrow$

$\angle BCA = \angle BDA$  (т.к. опир. на  $\sqrt{AB}$ )  
 $\angle BOC = \angle AOD$  (как верт.)  $\Rightarrow \triangle BOC \sim \triangle AOD$

$\Downarrow$

$\angle BCA = \angle BDA \Rightarrow BC \parallel AD \Rightarrow ABCD$  - трап.

Т.к. вписаны две окр. тогда только ромб!

трап., то  $AB = CD$ ;  $BD = AC$ ;  $\angle A = \angle D$ ;  $\angle B = \angle C$

$\triangle BAX$  впис. в окр.  $(L_2; r_2)$ ;  $\triangle ACY$  впис. в окр.  $(L_1; r_1)$

$AX < AY$ ;  $AX$  - хорда окр.  $(L_2; r_2)$ ;  $AY$  - хорда окр.  $(L_1; r_1)$

$A \in \text{окр.}(L_1; r_1)$ ;  $A \in \text{окр.}(L_2; r_2)$ ;  $r_1 > r_2$

$\Downarrow$

окр.  $(L_1; r_1)$  касается окр.  $(L_2; r_2)$  в точке  $A = A$

Дано:  
окр.  $(L_1; r_1)$

$ABCD$  - впис.

и-х  $L$

$AX \cap BD = X$

$AY \cap CD = Y$

окр.  $(L; r)$

Док-во

окр., опис.

окр.  $\triangle ABX$  и

$\triangle ACY$ , каса-

ются